

WYZNACZANIE BŁĘDÓW POMIARU

3.1. CEL I ZAKRES ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się ze sposobami oceny niedokładności pomiaru na przykładzie wyznaczania rezystancji metodą techniczną. Podczas ćwiczenia należy zmierzyć a także wyznaczyć wartości poprawione rezystancji, w układach z poprawnie mierzonym natężeniem prądu i poprawnie mierzonym napięciem oraz dokonać oceny błędu pomiaru dla obu przypadków.

3.2. WYBRANE WIADOMOŚCI PODSTAWOWE

Stałą miernika oblicza się ze wzoru:

$$C_X = \frac{X_{\max}}{\alpha_{\max}} \quad (3.1)$$

gdzie:

C_X - stała miernika wyrażona ilorazem jednostki mierzonej wielkości i działki (indeks można pominąć lub będzie występował jako litera oznaczająca używany miernik np. C_A - stała amperomierza, C_V - stała woltomierza);

$X_{\max}$ - zakres pomiarowy miernika wyrażony w jednostkach mierzonej wielkości (podobnie jak przy stałej miernika X oznacza mierzoną wielkość i dla amperomierza będzie to I, dla woltomierza P itd.);

$\alpha_{\max}$ - maksymalna ilość działek na podzielnicy miernika, dz.

Na podstawie wartości wyznaczonej stałej miernika i odczytanej ilości działek wskazanej przez przyrząd wyznacza się wartość wielkości mierzonej z zależności:

$$X = C_X \cdot \alpha \quad (3.2)$$

gdzie:

X - wartość wielkości mierzonej wyrażona w jednostkach właściwych dla tej wielkości;

α - odczytana z wychyleń wskazówki miernika ilość działek, dz.

Dokładność narzędzi, zakłócenia zewnętrzne oraz niedostateczna znajomość wszystkich okoliczności związanych z badanym zjawiskiem powodują, że wartość otrzymana w wyniku pomiaru różni się od wartości rzeczywistej. Różnica między tymi wartościami, zwana błędem lub uchybem, jest miarą niedokładności pomiaru. Wynik pomiaru jest tym dokładniejszy im mniejszy jest błąd.

Błąd bezwzględny pomiaru ΔX jest to algebraiczna różnica między wynikiem pomiaru X , a wartością wielkości mierzonej X_w , co można zapisać w następujący sposób:

$$\Delta X = X - X_w \quad (3.3)$$

gdzie:

X - wartość zmierzona;

X_w - wartość wielkości mierzonej.

Za wartość wielkości mierzonej można przyjąć:

- **wartość rzeczywistą** X_r , która jest wyidealizowaną wartością mierzonej wielkości w chwili badania i która nie może być znana dokładnie;
- **wartość poprawną** X_p , za którą uważa się wartość zbliżoną do wartości rzeczywistej w takim stopniu, że różnica między tymi wartościami nie jest istotna z punktu widzenia celu, do którego wartość przybliżona jest potrzebna;
- **średnią arytmetyczną** wyników serii pomiarów $\bar{x}$;

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.4)$$

gdzie:

n - liczba pomiarów,

x_i - i -ty wynik pomiaru ($i=1, 2, 3, \dots, n$).

Błąd względny pomiaru jest to stosunek błędu bezwzględnego ΔX do wartości wielkości mierzonej X_w , co można zapisać w następujący sposób:

$$\delta_x = \frac{\Delta X}{X_w} 100\% = \frac{X - X_w}{X_w} 100\% \quad (3.5)$$

Wartość rzeczywista X_r najczęściej nie jest znana, więc zastępuje się ją pojęciem wartości poprawnej X_p . Wartość poprawna jest to wartość zmierzona odpowiednio dokładnie.

Ze względu na charakter występowania rozróżnia się: *błędy systematyczne, przypadkowe i nadmierne*.

Błędem systematycznym nazywa się tą składową błędu, która przy wielu pomiarach tej samej wartości pewnej wielkości, wykonywanych w warunkach praktycznie niezmiennych pozostaje stała, zarówno co do wartości bezwzględnej jak i znaku lub zmienia się według określonego prawa wraz ze zmianą warunków odniesienia.

Warunki praktycznie niezmiennie zachodzą, gdy (PN/N-02050 - projekt):

- pomiary przeprowadza się tą samą metodą pomiarową;
- pomiary przeprowadza się tym samym narzędziem pomiarowym;
- pomiary wykonuje ten sam obserwator (pomiarowiec);
- pomiary przeprowadza się w tym samym miejscu;
- podczas pomiarów panują stałe warunki środowiskowe (temperatura, ciśnienie, wilgotność, oświetlenie);
- pomiary są powtarzane w krótkim okresie czasu.

Błąd systematyczny można częściowo lub całkowicie wyeliminować wprowadzając do surowego wyniku pomiaru poprawkę. Poprawka co do wartości bezwzględnej równa jest błędowi systematycznemu, różni się zaś od niego znakiem:

$$p = - \Delta X \quad (3.6)$$

Wartość błędu systematycznego można:

- obliczyć teoretycznie ze wzorów definicyjnych,
- wyznaczyć doświadczalnie,
- oszacować poprzez wyznaczenie granic, w których jest zawarta rzeczywista jego wartość (błąd taki traktuje się jako przypadkowy).

Znając wartość błędu systematycznego pomiaru należy do surowego wyniku pomiaru (wskazania przyrządów pomiarowych) dodać poprawkę i tak otrzymaną wartość należy traktować jako końcowy wynik poprawiony pomiaru.

$$X_p = X + p \quad (3.7)$$

gdzie:

X_p - poprawiony wynik pomiaru,

X - wartość otrzymana z pomiaru.

Błędy systematyczne pochodzące z różnych źródeł sumuje się algebraicznie.

Istnieją cztery sposoby usuwania błędów systematycznych (rys. 3.1), drogą eliminacji lub korekcyj:

- a) *likwidacja źródła błędu* sprowadza się do zredukowania do zera lub maksymalnego ograniczenia przyczyny błędu (wielkości wpływające);
- b) *kompensacja błędów* polega na takim zaprojektowaniu procesu pomiarowego, aby powstający podczas pomiaru błąd systematyczny został zrównoważony drugim błędem o takiej samej wartości bezwzględnej, lecz o przeciwnym znaku algebraicznym;
- c) *korekcja błędu systematycznego przez zmianę przyczyny błędu i pomiar wielokrotny* pole-

ga na sekwencyjnej wielokrotnej zmianie wartości wielkości fizycznej będącej przyczyną błędu i przeprowadzenia pomiaru, co drogą analizy matematycznej sprowadzającej się do ułożenia i rozwiązania równania (równań) dla każdego pomiaru, doprowadza do wyznaczenia wartości błędu;

- d) *korekcja błędu systematycznego przez pomiar przyczyny błędu i wprowadzenie poprawki* polega na wyznaczeniu błędu systematycznego drogą pomiaru wartości przyczyny błędu i wprowadzeniu poprawki do surowego wyniku pomiaru.



Rys. 3.1. Sposoby usuwania błędów systematycznych

Błędem przypadkowym nazywa się tą składową błędu pomiaru, która zmienia się w sposób nieprzewidziany, zarówno co do wartości bezwzględnej jak i znaku, przy wykonywaniu dużej liczby pomiarów tej samej wielkości w warunkach pozornie niezmiennych.

Błędy przypadkowe oraz wyniki pomiarów obciążone takimi błędami można traktować jako zmienne losowe podlegające rozkładowi normalnemu. Dlatego też błędów tego typu nie można wyeliminować z wyników pomiarów, można jedynie oszacować prawdopodobieństwo ich wystąpienia w pewnym zakresie wartości. Przyczynami występowania tego rodzaju błędów mogą być przyrządy, metody oraz zakłócenia zewnętrzne.

Błędy przypadkowe sumują się geometrycznie. Sumaryczny błąd przypadkowy jest równy pierwiastkowi z sumy kwadratów błędów cząstkowych.

Błędami nadmiernymi zwanymi często pomyłkami lub błędami grubymi, wynikającymi z nieprawidłowego wykonywania pomiarów (niewłaściwe zastosowanie przyrządów, mylne odczytanie wskazania, błąd obliczeniowy itp.) nazywamy błędy, którymi obciążony wynik pomiaru jest niewiarygodny i nie może być brany pod uwagę.

Błędy systematyczne i przypadkowe w doświadczeniu pomiarowym występują łącznie, nakładając się na siebie. Błąd wypadkowy pomiaru jest więc sumą wartości błędów systematycznych i wartości błędów przypadkowych.

$$\Delta X = \Delta X_s + \Delta X_p \quad (3.8)$$

gdzie:

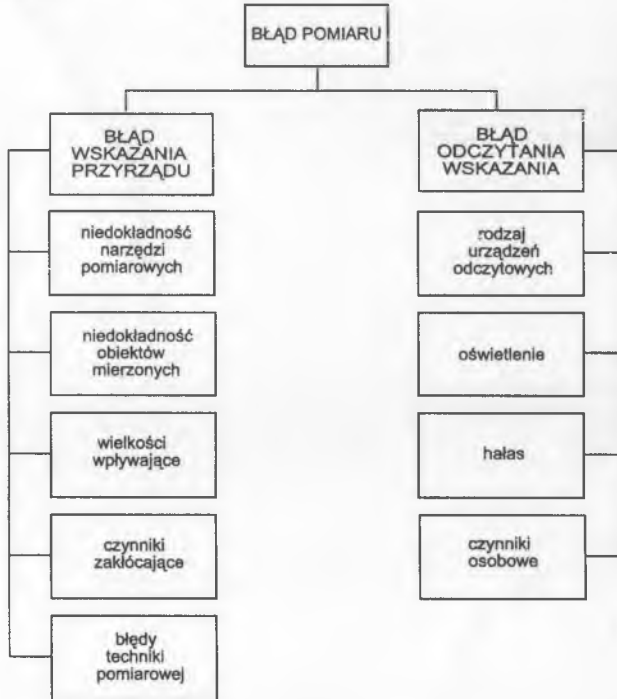
- ΔX - błąd wypadkowy,
- ΔX_s - błąd systematyczny,
- ΔX_p - błąd przypadkowy.

Na błąd pomiaru głównie składają się błędy wskazania i błędy odczytania.

Na błąd wskazania narzędzia pomiarowego składają się:

- a) niedokładność własna narzędzi pomiarowych - błędy wzorca i wzorcowania, aproksymacji charakterystyki (nieliniowości), kreślenia skali, błędy na skutek zmian własności elementów np. rezystancji, sprężystości, długości;
- b) niedokładność własna obiektów mierzonych np. owalność, zmienna średnica wałka.
- c) zewnętrzne wielkości wpływające: temperatura, ciśnienie, wilgotność, przepływ powietrza,

- obce pola magnetyczne, elektryczne i elektromagnetyczne, promieniowanie jonizujące itp.;
- d) czynniki zakłócające: zanieczyszczenie powierzchni, korozja obiektów lub narzędzi pomiarowych, wstrząsy i wibracje, pole magnetyczne wywołujące zmiany w przedmiotach mierzonych, narzędziach pomiarowych lub otoczeniu;
- e) charakterystyczne błędy techniki pomiarowej np. sprężyste odkształcenia przy metodzie stykowej, zniekształcenia obrazów przy metodzie optycznej (brak ostrości) lub szumy przy odbiorze sygnałów (tłó);
- f) wpływy zależne od rodzaju wielkości mierzonej różne dla wielkości mechanicznych (np. rozszerzalność cieplna), elektrycznych (np. zmiana rezystancji w funkcji temperatury), świetlnych itp.



Rys. 3.2. Podstawowe błędy pomiaru

Na błąd odczytania wskazania narzędzia pomiarowego składają się:

- a) rodzaj i dokładność urządzeń odczytowych: wskazówkowe, cyfrowe, optyczne, akustyczne itp.;
- b) długość działki elementarnej, szerokość kresek - rozdzielczość (przy dźwięku np. barwa tonu);
- c) natężenie, rodzaj i barwa oświetlenia;
- d) hałas przeszkadzający i rozpraszający obserwatora;
- e) czynniki osobowe wynikające z niedoskonałości zmysłów obserwatora oraz jego doświadczenie i kwalifikacje (błąd paralaksy, błąd interpolacji).

Metoda techniczna pomiaru rezystancji polega na pomiarze wartości napięcia i natężenia prądu stałego za pomocą woltomierza i amperomierza oraz wyznaczenia drogą obliczeń, wartości mie-

rzenej rezystancji. Wyróżniamy dwa układy połączeń: **układ z poprawnie mierzonym natężeniem prądu oraz układ z poprawnie mierzonym napięciem**. Wybór układu połączeń zależy od wartości mierzonej rezystancji oraz od rezystancji wewnętrznej woltomierza i amperomierza.

Przyjęto umownie pojęcie **wartości granicznej** rezystancji mierzonej, której wartość można wyznaczyć z zależności:

$$R_{gr} \approx \sqrt{R_A \cdot R_V} \quad (3.9)$$

gdzie:

R_A - rezystancja wewnętrzna amperomierza,

R_V - rezystancja wewnętrzna woltomierza.

Metodę techniczną stosuje się głównie do pomiarów rezystancji elementów nieliniowych (np. diody, żarówki, termistora, rezystora). Jest też stosowana do pomiarów obiektów liniowych.

Pomiar zostanie dokonany dokładnie, jeżeli rezystor obciążać będzie się niewielkimi mocami w stosunku do jego mocy nominalnej.

Błąd bezwzględny pomiaru rezystancji ΔR jest to algebraiczna różnica między wynikiem pomiaru R a wartością wielkości mierzonej R_w .

$$\Delta R = R - R_w \quad (3.10)$$

gdzie:

R - wartość zmierzona (w metodzie pośredniej jest to wartość obliczona R_{obl} lub R_{pop}),

R_w - rzeczywista wartość wielkości mierzonej (w ćwiczeniu występuje jako wartość dokładna oznaczona R_1 lub R_2).

Błąd względny pomiaru rezystancji δ_R jest to stosunek błędu bezwzględnego ΔR do wartości wielkości mierzonej R_w

$$\delta_R = \frac{\Delta R}{R_w} 100 \% \quad (3.11)$$

3.3. PRZEBIEG ĆWICZENIA

Na podstawie oznaczeń na amperomierzu i woltomierzu wyznaczyć ich rezystancje wewnętrzne. Przed rozpoczęciem pomiarów należy odczytać i zanotować wartości znamionowe używanych podczas ćwiczenia przyborów i przyrządów pomiarowych. Wartości te należy podać w sprawozdaniu.

Ustalić z prowadzącym ćwiczenia wartości:

$R_1 =$

$R_2 =$

$V =$

SPRAWDZIĆ OMOMIERNIEM OPORNIK DEKADOWY!

Zapisać wyniki pomiarów omomierzem dla R_1 i R_2 :

$R_{1omierz} =$

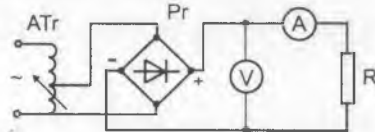
$R_{2omierz} =$

3.3.1. UKŁAD Z POPRAWNIE MIERZONYM PRĄDEM

Z tabliczek odczytać i zanotować wartości znamionowe rezystorów.

Połączyć układ zgodnie ze schematem przedstawionym na rys. 3.3. Wartości rezystancji R_1 i R_2 nastawić na oporniku dekadowym zgodnie z poleceniem prowadzącego zajęcia. Przeprowadzić pomiary natężenia prądu i napięcia, dla sześciu różnych wartości napięcia, regulowanego autotransformatorem. Nie wolno przekroczyć wartości znamionowej prądu rezystora, gdyż grozi to zniszczeniem urządzenia. Wszystkie czynności powtórzyć dla rezystancji R_2 .

Wyniki pomiarów i obliczeń umieścić w tabelach 3.1 i 3.2.



Rys. 3.3. Układ z poprawnie mierzonym prądem : ATr - autotransformator, Pr - prostownik, V - woltomierz, A - amperomierz, R - rezystor

Obliczona wartość rezystancji wynosi:

$$R_{obl} = \frac{U}{I} \quad (3.12)$$

Wartość obliczona rezystancji R_{obl} obarczona jest błędem metody wynikającym z pominięcia spadku napięcia na rezystancji wewnętrznej amperomierza.

Wartość rezystancji po uwzględnieniu błędu systematycznego metody R_{pop} należy liczyć z zależności:

$$R_{pop} = \frac{U - U_A}{I} = \frac{U}{I} - R_A = R_{obl} - R_A \quad (3.13)$$

gdzie:

U_A - spadek napięcia na rezystancji amperomierza.

W układzie z poprawnie mierzonym prądem

$$R_{pop} < R_{obl}$$

Tabela 3.1.1

Wyniki pomiarów i obliczeń w obwodzie z poprawnie mierzonym prądem

Lp.	U	I	R_A	R_V	R_{gr}	$R_{gr} \cdot R_i$	R_{obl}	R_{pop}	ΔR_{obl}	δR_{obl}	ΔR_{pop}	δR_{pop}
	V	A	Ω	Ω	Ω		Ω	Ω	Ω	%	Ω	%
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
średnia												

R_A – rezystancja wewnętrzna amperomierza,

R_V – rezystancja wewnętrzna woltomierza,

R_1 – wartość dokładna rezystancji odczytana z opornika dekadowego,

ΔR_{obl} – błąd bezwzględny obliczenia R_{obl} , wyznaczony ze wzoru: $\Delta R_{obl} = R_{obl} - R_1$,

δR_{obl} – błąd względny obliczenia R_{obl} , wyliczony według wzoru 3.11,

ΔR_{pop} – błąd bezwzględny obliczenia R_{pop} , wyznaczony ze wzoru: $\Delta R_{pop} = R_{pop} - R_1$,

δR_{pop} – błąd względny obliczenia R_{pop} , wyliczony według wzoru 3.11

Obliczyć przedziały ufności według wzorów 3.15-3.21 i rozkładu t-studenta (tablica rozkładu na końcu instrukcji) dla R_{obl} i R_{pop} . Wyniki zapisać w tabeli 3.1.2.

Tabela 3.1.2

Wyniki obliczeń w obwodzie z poprawnie mierzonym prądem dla R_1

$\bar{R}_{pop}$	S_{pop}	$S_{r pop}$	t

$\bar{R}_{obl}$	S_{obl}	$S_{r obl}$	t

$$R_{rz pop} = \bar{R}_{pop} \pm t S_{r pop} = [\Omega];$$

$$R_{rz obl} = \bar{R}_{obl} \pm t S_{r obl} = [\Omega]$$

Tabela 3.1.3

Wyniki pomiarów i obliczeń w obwodzie z poprawnie mierzonym prądem

Lp.	U	I	R_A	R_V	R_{wF}	$R_{wF}^2 R_I$	R_{obl}	R_{pop}	ΔR_{obl}	δR_{obl}	ΔR_{pop}	δR_{pop}
	V	A	Ω	Ω	Ω		Ω	Ω	Ω	%	Ω	%
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
średnia												

Wartość dokładną R_{pop} należy obliczać ze wzoru (3.13).

Obliczyć przedziały ufności według wzorów 3.15-3.21 i rozkładu t-studenta (tablica rozkładu na końcu instrukcji) dla R_{obl} i R_{pop} . Wyniki zapisać w tabeli 3.1.4.

Tabela 3.1.4

Wyniki obliczeń w obwodzie z poprawnie mierzonym prądem dla R_2

$\bar{R}_{pop}$	S_{pop}	$S_{r pop}$	t

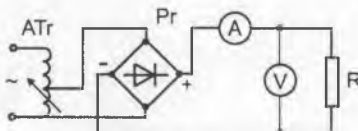
$\bar{R}_{obl}$	S_{obl}	$S_{r obl}$	t

$$R_{rz pop} = \bar{R}_{pop} \pm t S_{r pop} = [\Omega];$$

$$R_{rz obl} = \bar{R}_{obl} \pm t S_{r obl} = [\Omega]$$

3.3.2. UKŁAD Z POPRAWNIE MIERZONYM NAPIĘCIEM

Połączyć układ zgodnie ze schematem przedstawionym na rys. 3.4. Przeprowadzić pomiary natężenia prądu i napięcia jak w punkcie 3.3.1.



Rys. 3.4. Układ z poprawnie mierzonym napięciem : ATr - autotransformator, Pr - prostownik, V - woltomierz, A - amperomierz, R - rezystor.

Wyniki pomiarów i obliczeń umieścić w tabelach 3.3 i 3.4.

Wartość obliczona rezystancji R_{obl} obciążona jest błędem metody wynikającym z pominięcia poboru prądu przez woltomierz..

Wartość poprawną rezystancji R_{pop} należy liczyć z zależności:

$$R_{pop} = \frac{U}{I - I_V} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_V}} \quad (3.14)$$

gdzie:

I_V - natężenie prądu płynącego przez woltomierz.

W układzie z poprawnie mierzonym napięciem

$$R_{pop} > R_{obl}$$

Tabela 3.2.1

Wyniki pomiarów i obliczeń w obwodzie z poprawnie mierzonym napięciem

Lp.	U	I	R _A	R _V	R _{gr}	R _{gr} ·R _I	R _{obl}	R _{pop}	ΔR _{obl}	δR _{obl}	ΔR _{pop}	δR _{pop}
	V	A	Ω	Ω	Ω		Ω	Ω	Ω	%	Ω	%
	1											
	2											
	3											
	4											
	5											
	6											
	7											
	8											
	9											
	10											
średnia												

Wartość dokładną R_{pop} należy obliczać ze wzoru (3.14).

Obliczyć przedziały ufności według wzorów 3.15-3.21 i rozkładu t-studenta (tablica rozkładu na końcu instrukcji) dla R_{obl} i R_{pop} . Wyniki zapisać w tabeli 3.1.4.

Tabela 3.2.2

Wyniki obliczeń w obwodzie z poprawnie mierzonym napięciem dla R_1

$\bar{R}_{pop}$	S_{pop}	S_{rpop}	t

$\bar{R}_{obl}$	S_{obl}	S_{robl}	t

$$R_{rz\ pop} = \bar{R}_{pop} \pm tS_{rpop} = \quad [\Omega];$$

$$R_{rz\ obl} = \bar{R}_{obl} \pm tS_{robl} = \quad [\Omega]$$

Tabela 3.2.3

Wyniki pomiarów i obliczeń w obwodzie z poprawnie mierzonym napięciem

Lp.	U	I	R _A	R _V	R _{gr}	R _{gr} ·R _I	R _{obl}	R _{pop}	ΔR _{obl}	δR _{obl}	ΔR _{pop}	δR _{pop}
	V	A	Ω	Ω	Ω		Ω	Ω	Ω	%	Ω	%
	1											
	2											
	3											
	4											
	5											
	6											
	7											
	8											
	9											
	10											
średnia												

Wartość dokładną R_{pop} należy obliczać ze wzoru (3.14).
Obliczyć przedziały ufności według wzorów 3.15-3.21 i rozkładu t-studenta (tablica rozkładu na końcu instrukcji) dla R_{obl} i R_{pop} . Wyniki zapisać w tabeli 3.1.4.

Tabela 3.2.4

Wyniki obliczeń w obwodzie z poprawnie mierzonym napięciem dla R_2

$\bar{R}_{pop}$	S_{pop}	$S_{r pop}$	t

$$R_{rz pop} = \bar{R}_{pop} \pm t S_{r pop} = \quad [\Omega];$$

$$R_{rz obl} = \bar{R}_{obl} \pm t S_{r obl} = \quad [\Omega]$$

$\bar{R}_{obl}$	S_{obl}	$S_{r obl}$	t

3.4. ANALIZA BŁĘDÓW PRZYPADKOWYCH (wzory 3.15 – 3.21)

1 Obliczyć średnią arytmetyczną z serii pomiarów:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad \text{lub} \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.15)$$

2 Błędy bezwzględne pozorne poszczególnych wyników pomiarów:

$$v_i = x_i - \bar{x} \quad (3.16)$$

3 Kwadraty błędów pozornych

$$v_i^2 = (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.17)$$

4 Sumę kwadratów błędów bezwzględnych pozornych:

$$V_{qs} = \sum_{i=1}^n v_i^2 \quad (3.18)$$

5 Odchylenie średnie kwadratowe jednego pomiaru w serii:

$$s = \sqrt{\frac{V_{qs}}{n-1}} \quad (3.19)$$

6. Obliczyć odchylenie średnie kwadratowe średniej arytmetycznej z serii pomiarów:

$$s_r = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (3.20)$$

7. Podać wynik pomiaru z podaniem błędów granicznych wynikłych z błędów przypadkowych:

$$x = \bar{x} \pm t s_r \quad (3.21)$$

3.5. OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

Na podstawie pomiarów i obliczeń należy stwierdzić, który układ połączeń jest właściwy do wyznaczania wartości rezystancji R_1 , a który R_2 .

Czy wartości dokładne rezystancji R_{pop} , wyznaczone w punktach 3.3.1 i 3.3.2 (dla odpowiednich rezystorów) powinny być sobie równe? Czy obliczone błędy w przeprowadzonym doświadczeniu pomiarowym posiadają odpowiednie znaki?

Sprawozdanie powinno zawierać:

- stronę tytułową z nazwą uczelni oraz wydziału, kierunek i rok studiów, numer i temat ćwiczenia, nazwiska wykonawców oraz numer grupy laboratoryjnej;
- wartości znamionowe używanych podczas ćwiczenia przyborów i przyrządów pomiaro-

wych;

- c) opis wykonywanych czynności;
- d) rysunki układów elektrycznych, szkice sytuacji pomiarowych;
- e) tabele z wynikami;
- f) przykłady obliczeń;
- g) wnioski

Ponadto do sprawozdania musi być dołączony brudnopis z uzyskanymi wynikami z ćwiczenia, z podpisem prowadzącego.

Rozkład t-Studenta – wartości krytyczne $t_{\alpha, v}$ takie, że $P(t > t_{\alpha, v}) = \alpha$

$\alpha \backslash v$	0,40	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,005	0,001	0,0001
1	1,376	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	127,32	636,57	636,6
2	1,061	1,886	2,92	4,303	6,965	9,925	14,089	31,6	32,6
3	0,978	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	12,924	12,94
4	0,941	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	8,61	8,61
5	0,92	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	6,869	6,86
6	0,906	1,44	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,959	5,94
7	0,896	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	5,408	5,41
8	0,889	1,397	1,86	2,306	2,896	3,355	3,833	5,041	5,04
9	0,883	1,383	1,833	2,262	2,821	3,25	3,69	4,781	4,78
10	0,879	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,587	4,59
11	0,876	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,437	4,44
12	0,873	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	4,318	4,32
13	0,87	1,35	1,771	2,16	2,65	3,012	3,372	4,221	4,22
14	0,868	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	4,14	4,14
15	0,866	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	4,073	4,07
16	0,865	1,337	1,746	2,12	2,583	2,921	3,252	4,015	4,01
17	0,863	1,333	1,74	2,11	2,567	2,898	3,222	3,965	3,96
18	0,862	1,33	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,922	3,92
19	0,861	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,883	3,88
20	0,86	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,85	3,85
21	0,859	1,323	1,721	2,08	2,518	2,831	3,135	3,819	3,82
22	0,858	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,792	3,79
23	0,858	1,319	1,714	2,069	2,5	2,807	3,104	3,768	3,77
24	0,857	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,091	3,745	3,75
25	0,856	1,316	1,708	2,06	2,485	2,787	3,078	3,725	3,73
26	0,856	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,707	3,71
27	0,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,057	3,689	3,69
28	0,855	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,674	3,67
29	0,854	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,66	3,66
30	0,854	1,31	1,697	2,042	2,457	2,75	3,03	3,646	3,65
40	0,851	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,551	3,55
60	0,848	1,296	1,671	2	2,39	2,66	2,915	3,46	3,46
120	0,845	1,29	1,661	1,984	2,358	2,626	2,871	3,39	3,37
∞	0,842	1,283	1,645	1,96	2,326	2,576	2,82	3,31	3,29