

M4: Opis ćwiczenia

Przepływ laminarny i turbulentny

Wyznaczenie granicznej wartości liczby Reynoldsa

Literatura:

- William Moebs, Samuel J. Ling, Jeff Sanny, *Fizyka dla szkół wyższych, Tom 1*, Wyd. OpenStax, R. 2017, **Rozdział 14.** (<https://openstax.org/books/fizyka-dla-szk%C3%B3%C5%82-wy%C5%BCszych-tom-1/pages/14-wstep>)
- Drabent R., Machholc Z., Siódmiak J., Wieczorek Z., *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*, Wyd. UWM, R. 2017. Rozdział 3.6. strony: 145 – 154.
- Jaroszyk F., *Biofizyka. Podręcznik dla studentów*, Wyd. Lekarskie PZWL, R. 2014. **Rozdział 18**, strony: 637- 643



Zagadnienia:

- Oddziaływania międzycząsteczkowe. Siły Van der Waalsa.
- Zjawisko lepkości. Równanie Newtona dla płynącej cieczy.
- Współczynniki lepkości; bezwzględny (dynamiczny), względny, kinematyczny
- Równanie Poiseuille’a.
- Ciecze newtonowskie i nienewtonowskie.
- Przepływy laminarne i turbulentne.
- Prawo ciągłości strugi.
- Równanie Bernoulliego; interpretacja ciśnieniowa, energetyczna i wysokościowa.
- Liczba Reynoldsa.

Wymagane umiejętności:

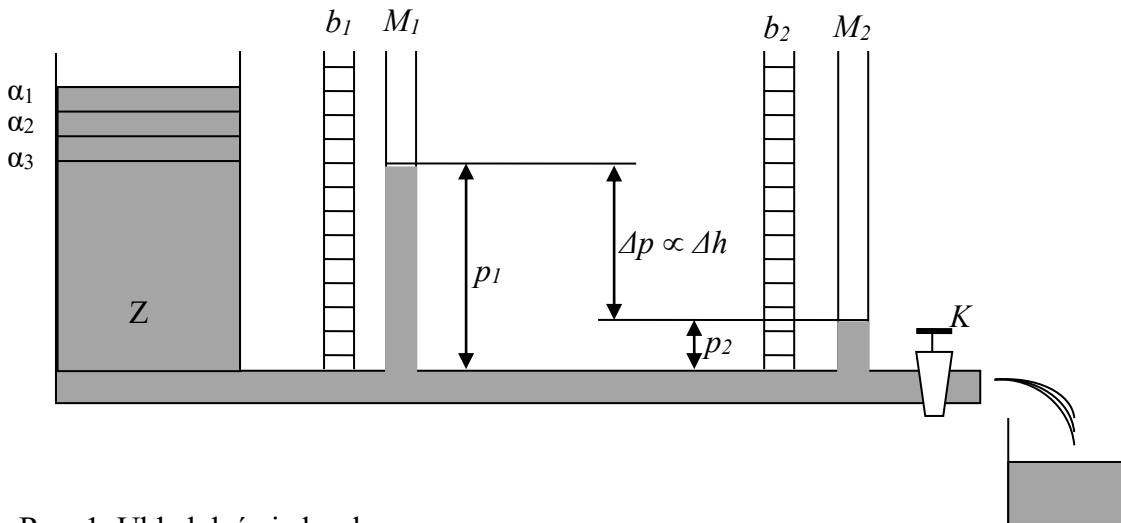
- Posługiwanie się stoperem (w telefonie).

Cel ćwiczenia:

Wyznaczenie granicznej wartości liczby Reynoldsa

Opis ćwiczenia:

Urządzenie, za pomocą którego można wyznaczyć liczbę Reynoldsa (rys. 1), składa się z zbiornika (Z) napełnionego wodą, rurek piezometrycznych (M_1) i (M_2) zaopatrzonych w podziałki (b_1) i (b_2), pełniących funkcje manometrów oraz zaworu kurkowego (K).



Rys. 1. Układ doświadczalny

Podczas przepływu cieczy przez rurkę następuje spadek jej ciśnienia statycznego spowodowany wzajemnym tarciem warstw cieczy rzeczywistej, czyli zjawiskiem lepkości. Szybkość wypływu cieczy określa wielkość zwana strumieniem objętościowym przepływu $Q [m^3/s]$. Równanie Hagena-Poiseuille'a, obowiązujące dla przepływu laminarnego, wiąże strumień objętościowy Q ze spadkiem ciśnienia statycznego na drodze L następującym równaniem:

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\eta L} \Delta p \quad (1)$$

gdzie:

r – promień rurki [m],

η – współczynnik lepkości dynamicznej [$Pa \cdot s$],

L – odległość pomiędzy punktami pomiaru ciśnienia [m],

$\Delta p = p_2 - p_1$ – spadek ciśnienia statycznego na drodze L [Pa].

Ponieważ ciśnienie słupa cieczy jest proporcjonalne do jego wysokości h

$$p = \rho gh \quad (2)$$

gdzie:

ρ – gęstość cieczy [kg/m^3]

g – przyspieszenie grawitacyjne [m/s^2]

różnicę ciśnień można obliczyć z różnicy wysokości słupów cieczy

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \rho g \Delta h \quad (3)$$

co po wstawieniu do równania (1) daje

$$Q = \frac{\pi r^4 \rho g}{8 \eta L} \Delta h \quad (4)$$

Z drugiej strony prawo ciągłości strugi dla cieczy nieściśliwej wiąże strumień objętościowy z prędkością wypływu cieczy następującym wzorem

$$Q = S \cdot v \quad (5)$$

gdzie:

$S = \pi r^2$ – pole przekroju poprzecznego rurki [m^2],

v – prędkość przepływu cieczy [m/s].

Porównanie prawych stron równań (4) i (5)

$$\frac{\pi r^4 \rho g}{8 \eta L} \Delta h = \pi r^2 v \quad (6)$$

prowadzi do związku pomiędzy różnicą wysokości cieczy w manometrach, a prędkością wypływu cieczy

$$\Delta h = \frac{8 \eta L}{\rho g r^2} v \quad (6)$$

Dla ustalonych warunków doświadczalnych czynnik $\frac{8 \eta L}{\rho g r^2}$ jest wielkością stałą, dlatego różnica wysokości słupów cieczy (ciśnień) w manometrach jest proporcjonalna do prędkości wypływu.

$$\Delta h \propto v \quad (\text{laminarny}) \quad (7)$$

Wzór (6) obowiązuje tylko dla przepływu laminarnego, który zachodzi w układzie dla stosunkowo małych prędkości wypływu. Większe prędkości wypływu cieczy skutkują pojawieniem się turbulencji, które prowadzą do większego spadku ciśnienia statycznego, niż miałyby to miejsce, gdyby przepływ zachował charakter laminarny. Dla przepływu turbulentnego

$$\Delta h \propto v^k \quad (\text{turbulentny}) \quad (8)$$

gdzie k jest wykładnikiem znajdującym się w przedziale od 1.75 do 2.00.

Prędkość wypływu cieczy w doświadczeniu obliczamy ze wzoru

$$v = \frac{V}{\pi r^2 t} \quad (9)$$

gdzie:

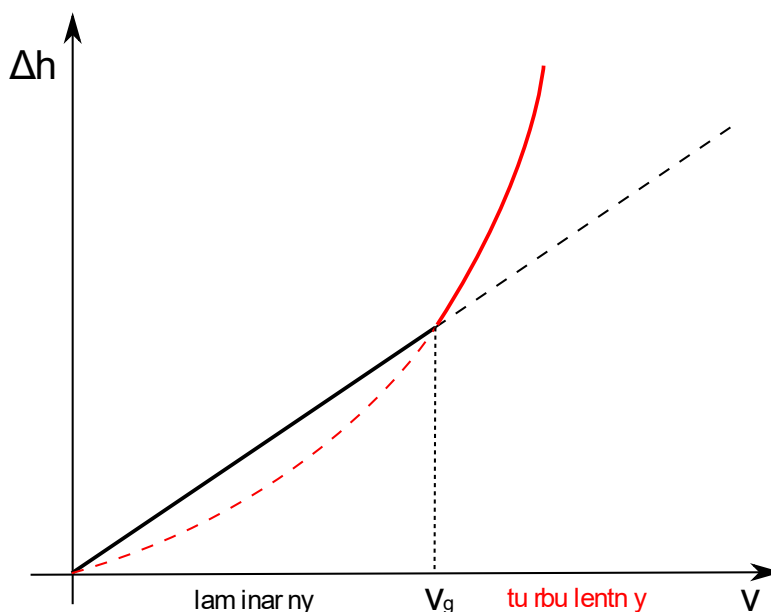
V – objętość cieczy, która wypłynęła z układu

t – czas wypływu

r – promień rurki

UWAGA: Zgodnie z prawem Torricellego prędkość wypływu cieczy z rurki zmniejsza się wraz ze spadkiem wysokości słupa cieczy w zbiorniku Z, dlatego przepływ turbulentny zachodzi w początkowej fazie doświadczenia, gdy słup cieczy w zbiorniku Z jest wysoki.

Zgodnie ze wzorami (7) i (8), zależność różnicy wysokości (ciśnień) od prędkości wypływu przedstawia Rys. 2.



Rysunek 2. Zależność różnicy wysokości słupów cieczy (ciśnień) w manometrach od prędkości przepływu.

Prędkość cieczy dla której przepływ traci charakter laminarny nazywamy prędkością graniczną v_g . Pozwala ona na określenie granicznej liczby Reynoldsa zgodnie ze wzorem

$$Re_g = \frac{\rho v_g r}{\eta} \quad (10)$$

Niepewności:

W tym doświadczeniu nie szacujemy niepewności.

Pytania i zadania:

1. Oddziaływania międzycząsteczkowe.
2. Ciecze idealne i rzeczywiste.
3. Równanie ciągłości strugi i równanie Bernoulliego.
4. Które z ciśnień wskazują rurki w naszym eksperymencie?
5. Przepływ laminarny i turbulentny.
6. Równanie Poiseuille'a. Opór przepływu.
7. Liczba Reynoldsa. Graniczna liczba Reynoldsa.
8. Przepływ krwi.
9. Ciecz idealna o gęstości 1 g/cm^3 płynie w poziomej rurce o zmiennym przekroju. W miejscu, w którym rurka ma średnicę 2 cm prędkość cieczy wynosi 10 cm/s . Jaka średnicę ma rurka w miejscu, w którym prędkość cieczy wynosi 2 m/s ?
10. Ciśnienie hydrodynamiczne cieczy idealnej o gęstości $1,05 \text{ g/cm}^3$ płynącej w poziomej rurce o zmiennym przekroju w pewnym miejscu wynosi $30,24 \text{ hPa}$. Jaka prędkość ma ciecz w tym miejscu?
11. Naczynie o promieniu 6 mm , w którym płynie krew z prędkością $0,8 \text{ m/s}$ rozgałęzia się na trzy naczynia, każde o promieniu 4 mm . Z jaką prędkością płynie krew w rozgałęzieniach?