

M4: Opis ćwiczenia

Pomiar współczynnika lepkości cieczy metodą Stokesa

Literatura:

- William Moebbs, Samuel J. Ling, Jeff Sanny, *Fizyka dla szkół wyższych, Tom 1*, Wyd. OpenStax, R. 2017, **Rozdział 14.** (<https://openstax.org/books/fizyka-dla-szk%C3%B3%C5%82-wy%C5%BCszych-tom-1/pages/14-wstep>)
- Drabent R., Machholc Z., Siódmiak J., Wieczorek Z., *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*, Wyd. UWM, R. 2017. Rozdział 3.6. strony: 132 – 139.
- Jaroszyk F., *Biofizyka. Podręcznik dla studentów*, Wyd. Lekarskie PZWL, R. 2014. **Rozdział 18**, strony: 637- 643



Zagadnienia:

- Oddziaływania międzycząsteczkowe.
- Ciecze idealne i rzeczywiste. Zjawisko lepkości.
- Równanie ciągłości strugi i równanie Bernoulliego.
- Przepływ laminarny i turbulentny.
- Współczynniki lepkości.
- Prawo Archimedes’a.
- Równanie Poiseuille’a. Opór przepływu.
- Liczba Reynoldsa. Graniczna liczba Reynoldsa.
- Przepływ krwi. Lepkość krwi.

Wymagane umiejętności:

- Posługiwanie się śrubą mikrometryczną (mikromierzem) – opis w: Drabent R., Machholc Z., Siódmiak J., Wieczorek Z., *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*, Wyd. UWM, R. 2017 str. 32 lub można poszukać w zasobach internetu.
- Posługiwanie się stoperem (np. w telefonie).
- Posługiwanie się przymiarem liniowym (taśma miernicza).
- Posługiwanie się termometrem.
- Posługiwanie się tablicami fizycznymi.
- Umiejętność policzenia odchylenia standardowego od średniej arytmetycznej.



Cel ćwiczenia:

Wyznaczenie dynamicznego współczynnika lepkości gliceryny η .

Opis metody pomiarowej

Na ciało poruszające się w cieczy działają siły oporu lepkiego hamujące jego ruch. Jeżeli np. kulka spada w cieczy, to warstwa cieczy bezpośrednio przylegająca do kulki porusza się z prędkością równą prędkości kulki, pociągając za sobą następne warstwy cieczy. Mamy więc do czynienia z przesuwaniem się warstw cieczy względem siebie. Między warstwami cieczy działa siła lepkości, czyli na kulkę poruszającą się w cieczy, oprócz siły ciężkości i siły wyporu hydrostatycznego, działa siła oporu lepkiego. Związek między siłą oporu lepkiego a prędkością kulki, jej promieniem i właściwościami cieczy znalazł Stokes i wyraził wzorem:

$$F = 6\pi\eta r v \quad (1)$$

gdzie:

F – siła oporu lepkiego [N]

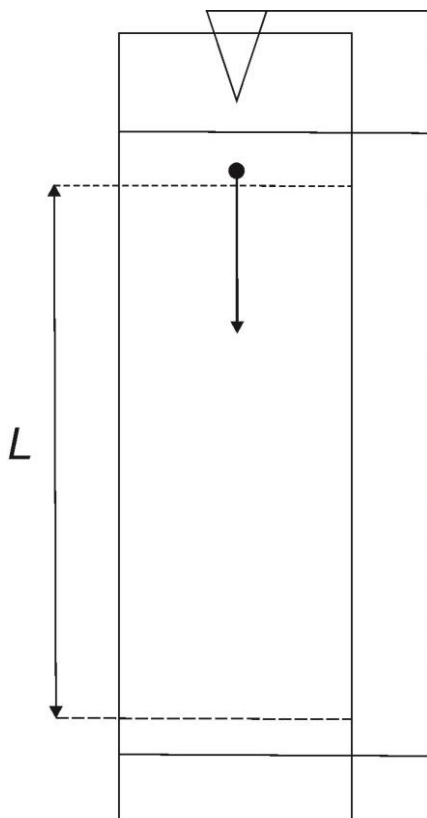
η – współczynnik lepkości dynamicznej cieczy [Pa s]

r – promień kulki [m]

v – prędkość kulki [m/s]

Wzór ten jest słuszny dla ruchu laminarnego, tzn., gdy ruch kulki nie powoduje powstawania wirów, czyli warstwy cieczy przesuwają się równolegle względem siebie.

Do pomiaru lepkości cieczy służy rura szklana ustawiona pionowo. W rurze znajduje się badana ciecz (gliceryna). Do rury wpuszczamy kulkę z materiału o znanej gęstości i o małym promieniu w porównaniu z promieniem rury (aby uniknąć wirów).



Na kulkę o objętości V , poruszającą się w cieczy, działają trzy siły:

1. Siła przyciągania ziemskiego P skierowna pionowo w dół:

$$P = m g$$

gdzie: m – masa [kg], g – przyspieszenie ziemskie [m/s^2]

2. Siła oporu lepkiego F skierowna pionowo w górę:

$$F = 6\pi\eta r v$$

gdzie: η – współczynnik lepkości dynamicznej [Pa s], r – promień kulki poruszającej się w cieczy [m], v – prędkość [m/s]

3. Siła wyporu W skierowana również pionowo w górę:

$$W = \rho_c V_k g$$

gdzie: ρ_c – gęstość cieczy [kg/m^3], V_k – objętość kulki [m^3], g – przyspieszenie ziemskie [m/s^2]

Początkowo kulka w cieczy porusza się ruchem przyspieszonym, ponieważ siła P jest większa niż suma sił $F + W$. Po przebyciu pewnej drogi, wskutek wzrostu prędkości v , siła F wzrasta do takiej wartości, że wraz z siłą W zrównoważy siłę P , zatem ruch kuli stanie się jednostajny (I zasada dynamiki Newtona). Równowagę sił można zapisać jako:

$$F + W = P \quad (2)$$

Siła ciężkości:

$$P = mg = \rho_k V g = \rho_k \frac{4}{3} \pi r^3 g \quad (3)$$

gdzie:

ρ_k – gęstość materiału z którego wykonana jest kulka

$V = \frac{4}{3} \pi r^3$ – objętość kulki

r – promień kulki

g – przyspieszenie ziemskie

Siła wyporu:

$$W = \rho_c V g = \rho_c \frac{4}{3} \pi r^3 g \quad (4)$$

gdzie:

ρ_c – gęstość cieczy

Siła oporu lepkiego:

$$F = 6\pi\eta r v \quad (5)$$

gdzie:

η – współczynnik **lepkości dynamicznej** cieczy

v – prędkość kulki w ruchu jednostajnym

Podstawiając do wzoru (2) odpowiednie wartości sił ze wzorów (3), (4) i (5) otrzymamy:

$$\begin{aligned} 6\pi r \eta v + \rho_c \frac{4}{3} \pi r^3 g &= \rho_k \frac{4}{3} \pi r^3 g \\ 6\pi r \eta v &= \frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho_k - \rho_c) \\ \eta &= \frac{4\pi r^3 g (\rho_k - \rho_c)}{3 \cdot 6\pi r v} \end{aligned}$$

$$\eta = \frac{2r^2 g(\rho_k - \rho_c)}{9v}$$

ponieważ:

$$v = \frac{L}{t}$$

gdzie:

L – droga po której porusza się kulka [m]

t – czas [s]

Stąd po uwzględnieniu, że średnica kulki $d = 2r$ otrzymujemy wzór końcowy na współczynnik lepkości dynamicznej:

$$\eta = \frac{d^2 g(\rho_k - \rho_c)t}{18L} \quad (6)$$

gdzie:

d – średnica kulki [m],

g – przyspieszenie grawitacyjne [m/s^2],

ρ_k – gęstość materiału z którego wykonana jest kulka [kg/m^3],

ρ_c – gęstość cieczy [kg/m^3],

t – czas opadania kulki w ruchu jednostajnym [s],

L – droga pokonana przez kulkę ruchem jednostajnym [m].

Współczynnik lepkości kinematycznej wyraża się wzorem:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho_c} \quad (7)$$

Niepewności:

Wynik końcowy szacujemy jako średnią arytmetyczną wszystkich obliczonych wartości η

$$\bar{\eta} = \frac{\sum_{i=1}^N \eta_i}{N} \quad (\text{N.1})$$

Niepewność współczynnika lepkości dynamicznej szacujemy jako odchylenie standardowe średniej wszystkich obliczonych wartości η

$$u(\eta) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\eta_i - \bar{\eta})^2}{N(N-1)}} \quad (\text{N.2})$$

Niepewność współczynnika lepkości kinematycznej $\nu = \eta/\rho_c$ szacujemy korzystając z metody niepewności złożonych

$$u(\nu) = \sqrt{\left(\frac{\partial \nu}{\partial \eta} u(\eta)\right)^2} = \frac{u(\eta)}{\rho_c} \quad (\text{N.3})$$

Pytania i zadania:

1. **30 %** drewnianego klocka o gęstości **$0,77 \text{ g/cm}^3$** znajduje się nad powierzchnią cieczy. Objętość wypartej cieczy wynosi **2 dm^3** . Ile wynosi ciężar klocka?
2. W doświadczeniu Stokesa czas opadania dwóch kulek wykonanych z tego samego materiału wynosił **$t_1 = 4 \text{ s}$** i **$t_2 = 9 \text{ s}$** . Ile wynosi stosunek promieni tych kulek **r_1/r_2** ?
3. Podaj zależność funkcyjną współczynnika lepkości cieczy newtonowskiej (niutonowskiej) od temperatury.
4. Za pomocą suwmiarki o dokładności **$\Delta x = 0,05 \text{ mm}$** zmierzono średnicę kulki otrzymując wynik **$d = 2,95 \text{ mm}$** . Wyznacz objętość kulki wraz z niepewnością. Poprawnie zapisz i zaokrąglij otrzymany wynik (wartość objętości kulki oraz jej niepewność).
5. Jaka część objętości góry lodowej wystaje nad powierzchnię wody? Przyjmij następujące gęstości: **$\rho_l = 920 \text{ kg/m}^3$** - gęstość lodu, **$\rho_w = 1030 \text{ kg/m}^3$** - gęstość wody morskiej.
6. Statek wypływa z delty rzeki (woda słodka o gęstości 1000 kg/m^3) na morze (woda słona o gęstości 1030 kg/m^3). Jak zmieni się zanurzenie statku (wrośnie, zmaleje, nie zmieni się)? Jak zmieni się siła wyporu działająca na statek (wzrośnie, zmaleje, nie zmieni się)? Odpowiedzi uzasadnij.
7. Jakim ruchem porusza się ołowiana kulka puszczona w wodzie w fazie początkowej, a jakim po osiągnięciu prędkości granicznej? Odpowiedź uzasadnij. Jakim ruchem będzie poruszać się drewniana kulka puszczona z dna naczynia wypełnionego wodą? Wskaż różnice w opisach ich ruchów.