

M6: Opis ćwiczenia

Fizyczne podstawy stosowania ultradźwięków w medycynie. Ultrasonografia.

Literatura:

- William Moebs, Samuel J. Ling, Jeff Sanny, Fizyka dla szkół wyższych, Tom 1, Wyd. OpenStax, R. 2017, Rozdziały 15, 16, 17. <https://openstax.org/books/fizyka-dla-szk%C3%B3%C5%82-wy%C5%BCszych-tom-1/pages/15-wstep>
- Jaroszyk F., *Biofizyka. Podręcznik dla studentów*, Wyd. Lekarskie PZWL, R. 2014. **Rozdział 19**, strony: 666 – 674, 682 – 692.



Zagadnienia:

- Drgania mechaniczne.
- Fala mechaniczna – powstawanie, mechanizm rozchodzenia się, właściwości, równanie fali harmonicznej.
- Fala akustyczna jako przykład fali mechanicznej, właściwości fali akustycznej, równanie fali akustycznej, krzywe izofoniczne.
- Zjawisko odbicia i załamania fal jako istota obrazowania ultrasonograficznego – współczynnik odbicia, współczynnik przenikania, impedancja akustyczna.
- Zjawiska mające wpływ na interpretację obrazu usg: rozproszenie fali, interferencja, tłumienie fal akustycznych.
- Źródła ultradźwięków w aparaturze usg, odwrotny efekt piezoelektryczny.
- Typy prezentacji usg: A, B, M.
- Rozdzielczość w obrazowaniu usg: rozdzielczość przestrzenna, czasowa i dynamika kontrastu.
- Efekt Dopplera i jego wykorzystanie w diagnostyce usg.

Wymagane umiejętności:

- brak

Cel ćwiczenia:

Utworzenie obrazu USG tętnicy oraz pomiar jej średnicy. Pomiar prędkości przepływu krwi oraz obliczenie częstotliwości dopplerowskich.

Podstawowe definicje i prawa

Fala harmoniczna to rodzaj fali w której wychylenie obiektów drgających y w funkcji ich położenia x oraz czasu t opisuje następujące równanie:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

Gdzie: A – amplituda (maksymalne wychylenie) drgań; k – liczba falowa; ω – częstość kołowa, φ – faza początkowa.

Fala akustyczna jest rodzajem fali mechanicznej, w której cząsteczki ośrodka drgają wzdłuż kierunku rozchodzenia się fali (fala podłużna). Drgania ośrodka prowadzą do niewielkich zmian jego ciśnienia.

Opór akustyczny (impedancja akustyczna) to wielkość fizyczna określająca, jak bardzo dany ośrodek przeciwstawia się rozchodzeniu fal dźwiękowych.

Można ją zdefiniować matematycznie jako iloczyn gęstości ośrodka ρ oraz prędkości rozchodzenia się w nim dźwięku c :

$$Z = \rho \cdot c$$

Efekt Dopplera dla dźwięku polega na tym, że częstotliwość i wysokość dźwięku odbieranego przez obserwatora różni się od częstotliwości emitowanej przez źródło, jeśli źródło i obserwator poruszają się względem siebie. Rozróżniamy dwa przypadki tego zjawiska:

1. **Gdy źródło dźwięku zbliża się do obserwatora** – fale dźwiękowe ulegają "ściskaniu". Odległość między kolejnymi czołami fali maleje, a odbierana częstotliwość wzrasta. Dźwięk wydaje się **wyższy**.
2. **Gdy źródło oddala się od obserwatora** – fale dźwiękowe są "rozciągane". Odległość między czołami fali rośnie, a częstotliwość odbierana spada. Dźwięk wydaje się **niższy**.

Częstotliwość odbierana przez obserwatora f' wyraża się równaniem:

$$f' = f \frac{v \pm v_o}{v \mp v_z}$$

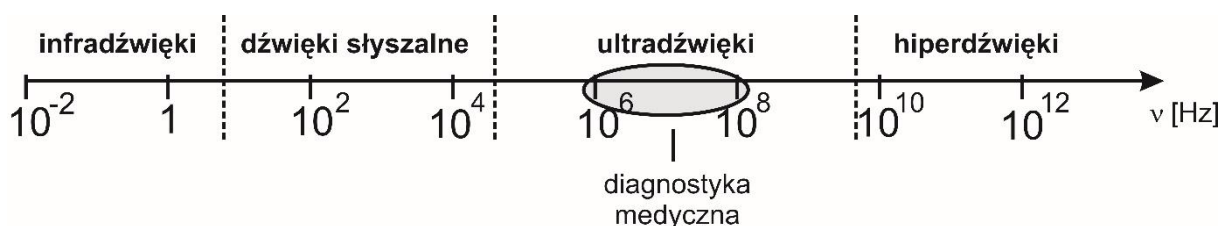
gdzie:

- f – częstotliwość dźwięku emitowanego przez źródło,
- v – prędkość dźwięku w ośrodku (ok. 343 m/s w powietrzu przy 20°C),
- v_o – prędkość obserwatora względem ośrodka (dodatnia, gdy zbliża się do źródła),
- v_z – prędkość źródła względem ośrodka (dodatnia, gdy oddala się od obserwatora).

Znak + w liczniku stosujemy w przypadku zbliżającego się obserwatora, natomiast w mianowniku dla oddalającego się źródła.

Opis metody pomiarowej

Fale akustyczne o różnych częstotliwościach mają różny wpływ na organizm ludzki. Zakres od 20 do 20 000 Hz wywołuje u ludzi wrażenia słuchowe. Wyższe zakresy częstotliwości nazywane ultradźwiękami są dla nas niesłyszalne. Wykorzystują je niektóre zwierzęta jak nietoperze czy walenie do orientacji w przestrzeni czy porozumiewania się. W medycynie część zakresu fal ultradźwiękowych wykorzystywana jest w diagnostyce i terapii.



Celem ćwiczenia jest zapoznanie studentów z fizycznymi podstawami ultrasonografii.

Istotę obrazowania ultrasonograficznego stanowi zjawisko odbicia fal (echo). Głowica aparatu usg, wykorzystując zjawisko odwrotnego efektu piezoelektrycznego, wytwarza fale ultradźwiękowe. Fale te wysyłane są w głąb tkanek, gdzie odbijają się i wracają do głowicy. Powracające echa, w zależności od stosowanej w aparacie prezentacji usg, są wzmacniane, odpowiednio przetwarzane i prezentowane. Obecnie najczęstsza jest prezentacja typu B (patrz niżej).

Wielkość powracającego echa zależy od wielu czynników, których znajomość umożliwia prawidłowe interpretowanie obrazu usg. Fala ultradźwiękowa oprócz odbicia podlega zjawiskom załamania, interferencji, rozproszenia, jak również absorpcji. W ultrasonografii istotne są także takie parametry jak: impedancja akustyczna tkanek, kształt powierzchni odbijających czy właściwości elastyczne tkanek.

Jeśli fala pada na granicę dwóch tkanek to jej część odbije się od granicy ośrodków, a część przeniknie dalej. Wielkość echa określa współczynnik odbicia fali R na granicy ośrodków o różnych impedancjach akustycznych Z_1 i Z_2 .

$$R = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2 \quad (1)$$

Impedancja akustyczna jest równa iloczynowi gęstości ośrodka ρ i prędkości rozchodzenia się w nim fali v . Stąd:

$$R = \left(\frac{\rho_2 v_2 - \rho_1 v_1}{\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1} \right)^2 \quad (2)$$

Jeśli $Z_1 = Z_2$, to $R = 0$ i nie obserwujemy odbicia fali. Tkanki miękkie mają bardzo zbliżone wartości impedancji akustycznych i dlatego tylko niewielka część fali jest odbijana na granicach między tkankami. Bardzo ważne jest usunięcie warstwy powietrza między głowicą a skórą, ponieważ w tym przypadku różnica impedancji akustycznych jest dość znaczna i fala odbijałaby się od skóry zamiast przenikać do głębszych warstw tkanek. Stąd powszechne stosowanie żeli ultrasonograficznych.

Gdy fala pada na powierzchnię pod pewnym kątem na granicę ośrodków o różnych impedancjach akustycznych to część fali, przenikająca do drugiego ośrodka, załamuje się zgodnie z prawem Snelliusa. Dla kątów padania większych niż kąt graniczny dla danych dwóch ośrodków fala ulega całkowitemu odbiciu.

Zjawisko załamania fali może być źródłem błędnej oceny położenia obiektu obrazowanego na monitorze. Fala przenikając przez granice kilku ośrodków może za każdym razem ulegać załamaniu i powracające echo jest wtedy rejestrowane w nieprawidłowym miejscu.

Wpływ na uzyskiwany obraz usg mogą mieć jeszcze inne zjawiska falowe:

Rozproszenie - występuje kiedy wymiary obiektu lub niejednorodności ośrodka są znacznie mniejsze od długości fali. Zarówno w obrazowaniu narządów jak i pomiarach dopplerowskich interesuje nas jedynie ta część fal rozproszonych, która powraca do przetwornika odbiorczego. Zjawisko rozproszenia ma podstawowe znaczenie w pomiarach dopplerowskich przepływu krwi.

Interferencja – lokalne rozproszenie i odbicie części energii fali powoduje, że fale cząstkowe nakładają się na siebie. W zależności od fazy interferujących fal ich suma ma zmienną amplitudę. Interferencja fal rozproszonych powodują, że nawet dla jednorodnych narządów ich obraz ultrasonograficzny ma ziarnistą strukturę.

Tłumienie – energia fal ultradźwiękowych ulega zmniejszeniu w czasie propagacji w tkankach. Spadek energii zależy głównie od przewodności cieplnej, tarcia wewnętrznego, lepkości, rozproszenia, procesów molekularnych, dyspersji prędkości oraz nieliniowej propagacji fal dla większych natężeń.

Rodzaje prezentacji usg:

Prezentacja typu A (*ang. amplitude*) – najstarszy typ prezentacji. Przetwornik piezoelektryczny wytwarza krótkie impulsy. Echa od narządów leżących w odległości d od przetwornika powracają do niego po czasie $t = 2d/c$. Odebrane echa po wzmocnieniu zostają doprowadzone do układów odchyłania pionowego podstawy czasu lampy oscyloskopowej. Czas odkładany jest na poziomej podstawie czasu, której wychylenia w pionie występują w miejscach odpowiadających położeniu struktur odbijających falę ultradźwiękową. Z pomiaru czasu jaki upływa między powrotem kolejnych ech wyznaczamy wymiary narządów.

Prezentacja typu B (*ang. brightness*) – echa ultradźwiękowe są wyświetlane na ekranie monitora jako

plamki. Jasność plamki jest proporcjonalna do amplitudy echa. Poziomy wymiar plamki zależy od szerokości echa u jego podstawy. Im większe echo tym plamka jest jaśniejsza.

Prezentacja typu M (*ang. motion*) – ma zastosowanie gdy badany obiekt jest w ruchu, np. przy obrazowaniu struktur serca, czy badaniach aorty brzusznej. Obraz ma kształt wykresu, gdzie wzdłuż osi pionowej rejestrowane są echa powracające od ruchomych narządów, a na osi poziomej upływający czas. Wielkość rejestrowanego echa zależy od odległości badanej struktury od głowicy usg.

Wykorzystanie efektu Dopplera do pomiaru prędkości przepływu krwi

Zjawisko Dopplera występuje, kiedy źródło i/lub odbiornik fali są w ruchu. Zmiana częstotliwości odbieranej fali w stosunku do częstotliwości fali nadanej zależy od prędkości poruszania się nadajnika i/lub odbiornika. Efekt Dopplera wykorzystuje się do wyznaczania prędkości przepływu krwi.

Krwinki posiadają rozmiary mniejsze niż stosowane w diagnostyce usg długości fal, co powoduje efekt rozproszenia. Każda krwinka jest niezależnym źródłem nowej fali o losowym rozkładzie amplitudy i fazy. Pomimo gęstego upakowania krwinek we krwi przyjmuje się, że rozproszenie na krwinkach spełnia prawo Rayleigha.

W rozpatrywanej metodzie należy wziąć pod uwagę, że efekt Dopplera zachodzi podwójnie. Najpierw głowica jest nieruchomym źródłem fali, a krwinki ruchomymi odbiornikami, następnie krwinki stają się ruchomymi źródłami fali, a głowica nieruchomym odbiornikiem. Krwinki poruszają się w naczyniu krwionośnym z różną prędkością – najszybciej wzdłuż osi naczynia, wolniej w pobliżu ścianek. Suma rozproszonych we krwi fal charakteryzuje się więc pewnym widmem o różnych częstotliwościach. Za pomocą analizy widmowej wyznaczany jest udział poszczególnych składowych w całkowitym sygnale powracającym do głowicy.

Założmy, że krwinka porusza się ze stałą prędkością v . Gdy uwzględnimy kąt θ między kierunkiem propagacji fali, a kierunkiem prędkości krwinki, częstotliwość fali odbieranej przez krwinkę f' wynosi:

$$f' = f \frac{c + v \cos \theta}{c} \quad (3)$$

gdzie:

f – częstotliwość fali wysyłanej przez głowicę,

c – prędkość ultradźwięków względem ośrodka.

Następnie krwinka staje się nadajnikiem, a głowica odbiornikiem, który odbiera falę o częstotliwości f'' :

$$f'' = f' \frac{c}{c - v \cos \theta} \quad (3.1)$$

Stąd korzystając z równania (3)

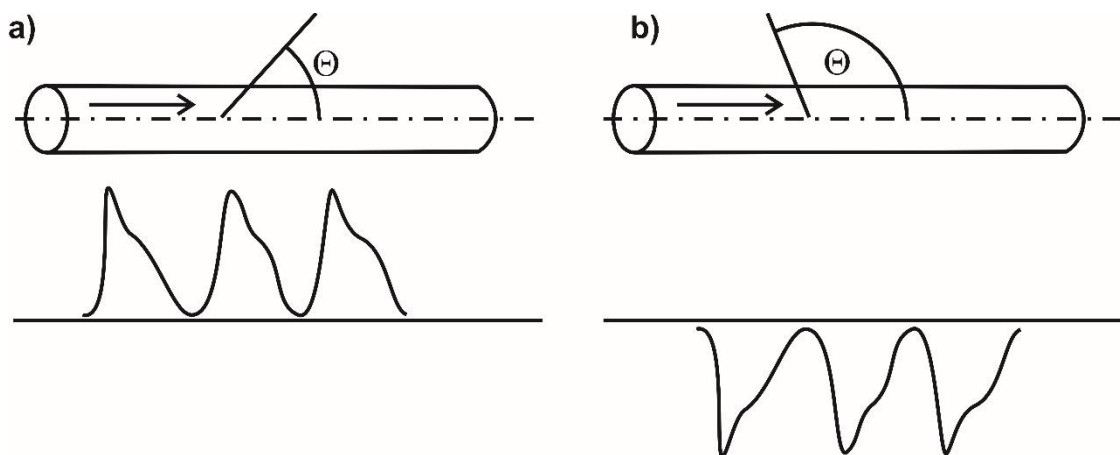
$$f'' = f \frac{c + v \cos \theta}{c - v \cos \theta} \quad (3.2)$$

Różnica między częstotliwościami fal wysłanych f i odebranych f'' przez głowicę nazywana jest częstotliwością dopplerowską f_d . Kiedy prędkość poruszania się krwinki v jest znacznie mniejsza od prędkości rozchodzenia się ultradźwięków $v \ll c$, częstotliwość dopplerowska wynosi:

$$f_d = f \frac{2v \cos \theta}{c} \quad (4)$$

Jeżeli kąt θ jest równy 0° , ($\cos 0^\circ = 1$) składowa prędkości odpowiadająca za efekt Dopplera jest po prostu równa v . Natomiast gdy przepływ krwi jest prostopadły do wiązki, ($\cos 90^\circ = 0$) efektu Dopplera nie obserwujemy.

W zakresie kątów od 0° do 90° wartości kąta $\cos \theta$ są dodatnie, a w zakresie 90° do 180° ujemne, częstotliwość dopplerowska f_d przyjmuje wartości dodatnie lub ujemne i krzywe przepływu krwi wychylają się odpowiednio do góry lub do dołu (Ryc. 1).



Ryc. 1. Schemat przepływu krwi w kierunku głowicy usg, ustawionej pod kątem θ do podłużnej osi naczynia; a) kąt $\theta < 90^\circ$, $f_d > 0$; b) $\theta > 90^\circ$, $f_d < 0$.

W ćwiczeniu należy obliczyć częstotliwości dopplerowskie dla wyznaczonych za pomocą aparatu prędkości przepływu krwi.

Niepewności:

Niepewność wyznaczenia częstotliwości dopplerowskiej szacujemy za pomocą metody obliczania niepewności złożonych zastosowaną do wzoru (4). Należy przyjąć, że niepewność wyznaczenia kąta wynosi $u(\theta) = 1^\circ/\sqrt{6}$, a niepewność wyznaczenia prędości wynosi $u(v) = 5 \text{ mm/s}$.

$$u(f_d) = \sqrt{\left(\frac{\partial f_d}{\partial \theta}\right)^2 u^2(\theta) + \left(\frac{\partial f_d}{\partial v}\right)^2 u^2(v)} \quad (\text{N.1})$$

ponieważ

$$\frac{\partial f_d}{\partial \theta} = -f \frac{v \sin \theta}{c} = -f_d \tan \theta \quad (\text{N.2})$$

oraz

$$\frac{\partial f_d}{\partial v} = \frac{f_d}{v} \quad (\text{N.3})$$

stąd

$$u(f_d) = f_d \sqrt{(\tan \theta \cdot u(\theta))^2 + \left(\frac{u(v)}{v}\right)^2} \quad (\text{N.4})$$

UWAGA: przed wykonaniem obliczeń niepewność kąta $u(\theta)$ należy zamienić na radiany.

Pytania i zadania:

1. Wyprowadź dokładne wyrażenie na zmianę częstotliwości pomiędzy falą odbieraną a nadawaną przez głowicę
2. Z jaką prędkością rozchodzi się podłużna fala dźwiękowa w kości o module Younga **18 GPa**, jeśli przyjmujemy, że gęstość kości wynosi około **1,5 g/cm³**?
3. Ile wynosi stosunek natężenia fali odbitej do natężenia fali przechodzącej na granicy ośrodków 1 i 2, jeżeli wiadomo, że $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{v_1}{v_2} = 3$.
4. Oblicz prędkość propagacji fali ultradźwiękowej w tkance, w której maksymalna głębokość obserwacji obiektów przy pomocy ultrasonografu, wynosi **20 cm**, jeśli częstotliwość powtarzania impulsów wynosi **4 kHz**.
5. Fala akustyczna o częstotliwości **$f = 2000 \text{ Hz}$** jest emitowana przez poruszające się z prędkością **30 m/s** źródło. Fala rozchodzi się w powietrzu z prędkością **330 m/s**. Jaka częstotliwość zarejestruje obserwator poruszający się z prędkością **30 m/s**, jeśli źródło i obserwator zbliżają się do siebie?
6. Głowica dopplerowska pracuje z częstotliwością **7,5 MHz**. Prędkość propagacji fali ultradźwiękowej w tkance wynosi **1500 m/s**. Na podstawie obrazu w prezentacji B można określić, że jest ustawiona pod kątem około **60°** do osi tętnicy. Prędkość przepływu krwi w badanym naczyniu wynosi **0,3 m/s**. Oblicz przesunięcie dopplerowskie.